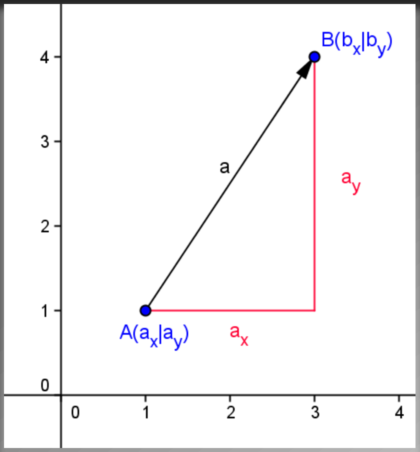
Skalarprodukt – Wiederholung Vektoren

Ein Vektor ist ein Pfeil zwischen 2 Punkten mit einer Spitze.

Seine Koordinaten kannst du berechnen („Spitze minus Fuß“):

$$A(a_x|a_y);\quad B(b_x|b_y) \quad\longrightarrow\quad \vec{a} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_x - a_x \\ b_y - a_y \end{pmatrix}$$



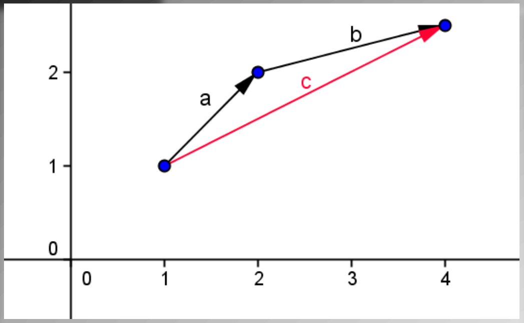
Länge (=Betrag) eines Vektors:

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2}$$

Vektoren kannst du addieren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix};\ \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \quad\longrightarrow\quad \vec{a} \oplus \vec{b} = \vec{c} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{pmatrix}$$

Der Fuß des einen Vektors wird die Spitze des anderen gesetzt.

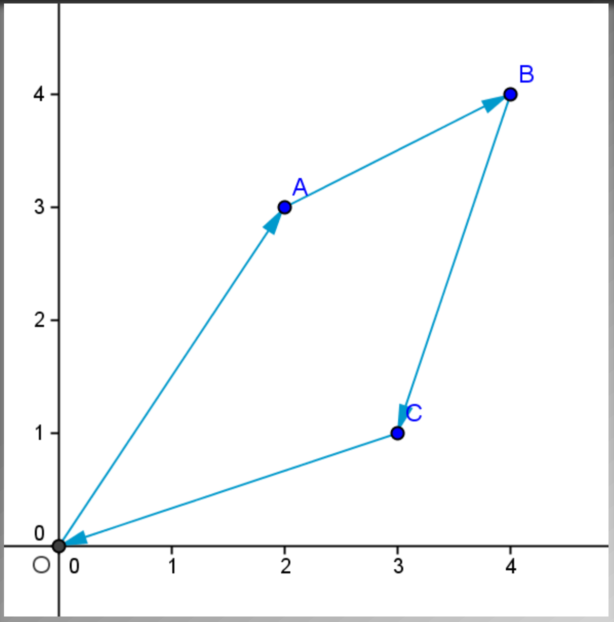


- Sinus, Kosinus, Tangens
- Trigonometrische Funktionen
- Berechnungen in Dreiecken
- **Skalarprodukt**
  - **Vektoren**
  - Skalarprodukt zwischen Vektoren mit beliebigem Winkel
  - Skalarprodukt senkrechter Vektoren

Skalarprodukt – Wiederholung Vektorkette

Wird der Fuß eines Vektors an die Spitzes eines anderen Vektors gesetzt und ergibt dies eine geschlossene Kette, so gilt:

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$$



Diese Kette kann man umformen:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Das heißt vom Fuß des Vektors $\overrightarrow{OC}$ die Vektoren bis zur Spitze addieren!

Eine Anwendung findest du in

Prüfungsaufgabe 2009 B1.5

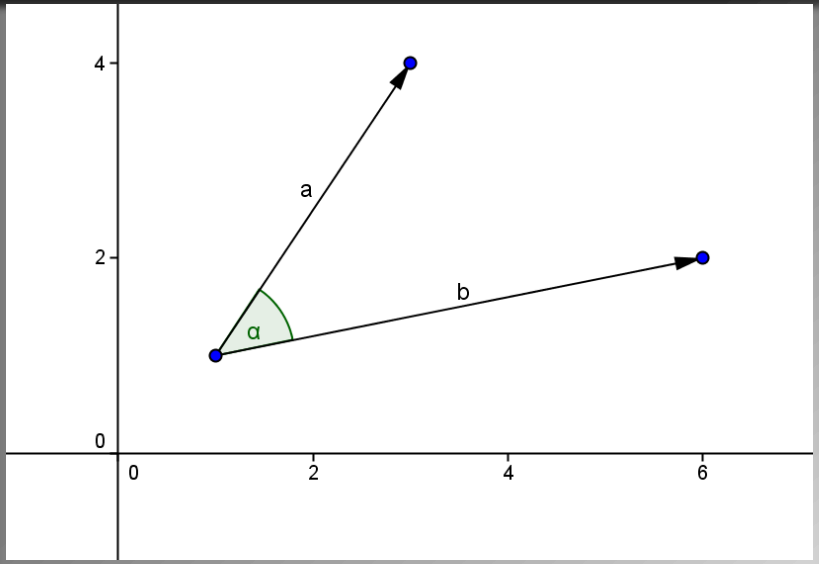
- Sinus, Kosinus, Tangens
- Trigonometrische Funktionen
- Berechnungen in Dreiecken
- **Skalarprodukt**
  - **Vektoren**
  - Skalarprodukt zwischen Vektoren mit beliebigem Winkel
  - Skalarprodukt senkrechter Vektoren

Skalarprodukt – Berechnung des Winkels zwischen Vektoren

Mi dem Skalarprodukt kannst du den Winkel zwischen zwei Vektoren berechnen.

$$\vec{a}\odot\vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha \quad \Leftrightarrow \quad \cos\alpha = \frac{\vec{a}\odot\vec{b}}{a \cdot b}$$

a, b sind die Beträge der Vektoren $\vec{a}; \vec{b}$



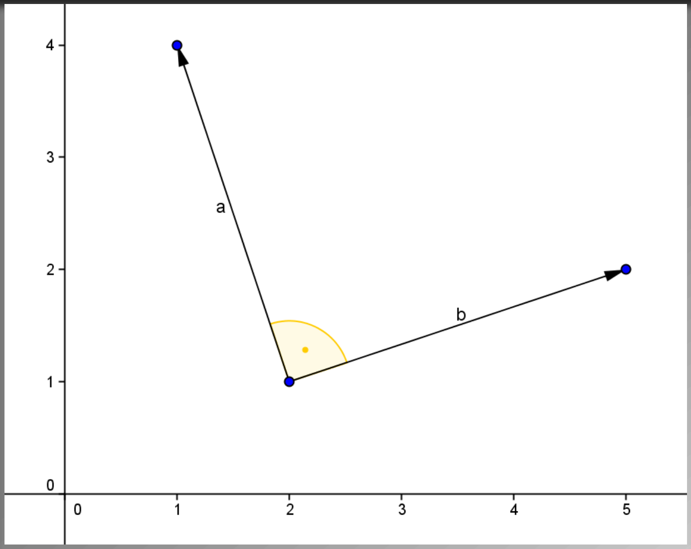
So berechnet man $\vec{a}\odot\vec{b}$

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

Skalarprodukt – Senkrechte Vektoren

Stehen zwei Vektoren senkrecht aufeinander ergibt sich folgende Vereinfachung des Skalarproduktese:.

$$\vec{a} \odot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos 90° = a \cdot b \cdot 0 = 0$$



Das heißt das Skalarprodukt von orthogonalen Vektoren ist gleich Null:

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y = 0$$

Immer wenn zu zeigen ist, dass zwei Vektoren senkrecht aufeinander stehen, oder Seiten von Figuren orthogonal zueinander liegen kannst du das Skalarprodukt gleich Null setzen.

- Sinus, Kosinus, Tangens
- Trigonometrische Funktionen
- Berechnungen in Dreiecken
- **Skalarprodukt**
  - Vektoren
  - Skalarprodukt zwischen Vektoren mit beliebigem Winkel
  - **Skalarprodukt senkrechter Vektoren**